4^ Lezione

- Radicali .
- Proprietà dei radicali .
- Equazioni irrazionali .
- Disequazioni irrazionali .
- Allegato Esercizi .

RADICALI :

Considerato un numero reale a ed un numero intero positivo n, noi chiameremo radice ennesima del numero a quel numero reale la cui potenza ennesima sia uguale ad a.

$$\boxed{\sqrt[n]{a}}$$

dove il numero positivo n è detto **indice della radice**
dove il numero reale a è detto **radicando.**

Quindi se poniamo $b = \sqrt[n]{a}$ dovremo avere che $b^n = a$ che porta alla :

$$\left(\sqrt[n]{a}\right)^n = a$$

e cioè l'ennesima potenza della radice ennesima di un numero reale è uguale al numero stesso.

Considerazioni che derivano dalla definizione :

$$\forall n \in N \quad \Rightarrow \quad \sqrt[n]{0} = 0$$

se $n = 1 \quad \Rightarrow \quad \sqrt[1]{a} = a$

$$n = 0 \quad \Rightarrow \quad \sqrt[0]{a} = a \quad \Rightarrow \quad a = 1$$

Se l'indice della radice è 2 si parlerà di **radice quadrata** e si ometterà l'indice.
Se l'indice è 3 si parlerà di **radice cubica**, di indice 4 di **radice quarta** , ecc.

L'operazione mediante la quale si passa dal numero reale a alla sua radice ennesima, è detta **estrazione di radice ennesima**.

Potremo d'ora in avanti trovare anche una scrittura del tipo :

$\sqrt[n]{a^m}$ con m che sarà chiamato esponente del radicando.

Esempi :

$\sqrt[4]{3} = b \quad \Rightarrow \quad b^4 = 3$

$\sqrt[3]{5^2} = b \quad \Rightarrow \quad b^3 = 5^2$

PROPRIETA' DEI RADICALI

1) $\sqrt[n]{a} = \sqrt[np]{a^p}$ una radice ennesima di a è equivalente ad un'altra radice in cui si moltiplichi l'indice e l'esponente del radicando per uno stesso numero.

2) $\sqrt[np]{a^{mp}} = \sqrt[n]{a^m}$ dividendo l'indice di un radicale e l'esponente del suo radicando per uno stesso numero, si ottiene un radicale equivalente al dato.

3) $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} \cdot \sqrt[n]{c} = \sqrt[n]{a \cdot b \cdot c}$ il prodotto di due o più radicali dello stesso indice è uguale ad un unico radicale avente ancora il medesimo indice ma come radicando il prodotto dei singoli radicandi.

4) $\sqrt[n]{a} \div \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{\dfrac{a}{b}}$ il quoziente di due radicali aventi lo stesso indice è uguale ad un radicale ancora dello stesso indice ma come radicando il rapporto tra i singoli radicandi.

5) $b \cdot \sqrt[n]{a} = \sqrt[n]{b^n \cdot a}$

dato un numero reale positivo b, il prodotto di tale numero per un radicale è uguale ad un unico radicale avente come radicando il prodotto del radicando iniziale per il numero b^n (trasporto di un fattore sotto il segno di radice).

6) $\sqrt[n]{a^m} = a^p \cdot \sqrt[n]{a^r}$

solo se $m \geq n$

data la radice ennesima di una potenza, essa è del tutto equivalente ad un prodotto, tra una potenza della stessa base di quella iniziale, ma di esponente dato dal quoziente intero di *m/n* ed una radice ennesima di potenza della stessa base avente come esponente il resto intero del quoziente di *m/n*.

7) $\left(\sqrt[n]{a}\right)^p = \sqrt[n]{a^p}$

la potenza p-esima di un radicale, con p numero intero non negativo, è uguale ad un radicale che ha lo stesso indice del dato e per radicando la potenza p-esima del radicando dato.

Infatti sarebbe :

$$\left(\sqrt[n]{a}\right)^p = \underbrace{\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{a} \ldots\ldots\ldots \sqrt[n]{a}}_{p\text{-volte}}$$

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{a} \cdot \ldots\ldots \sqrt[n]{a} = \sqrt[n]{a \cdot a \cdot a \cdot \ldots\ldots a} = \sqrt[n]{a^p}$$

8) $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[m]{b} = \sqrt[m \cdot n]{a^m \cdot b^n}$

il prodotto di due radicali di indici diversi ci da un radicale che ha per indice il m.c.m. tra gli indici e come radicando il prodotto dei rispettivi radicandi, ognuno di esponente l'indice dell'altro radicale.

9) $\underbrace{\sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{a} + \sqrt[n]{a} + \ldots\ldots + \sqrt[n]{a}}_{p\text{-volte}} = p \cdot \sqrt[n]{a}$

la somma di due o più radicali simili (stesso indice, stesso radicando) è uguale alla somma algebrica dei radicali (somma dei coefficienti).

10) $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m \cdot n]{a}$ la radice *m*-esima della radice *n*-esima di un numero reale positivo *a*, è uguale alla radice di indice *mn* del numero *a*.

Abbiamo fino a questo momento esaminato alcune tra le proprietà e operazioni più importanti tra i radicali dando come definizione l'assunzione del numero *a* come numero solamente positivo.

Assumendo il numero *a* come numero reale qualsiasi dovremo distinguere :

$\sqrt[n]{a}$ se *n* è **DISPARI** <u>*a* può assumere qualsiasi valore reale</u> (positivo e negativo)

$\sqrt[n]{a}$ se *n* è **PARI** <u>a **può assumere solo**</u> valore reale <u>POSITIVO</u> (al più nullo)

quindi riassumendo abbiamo

$$\boxed{\sqrt[n]{a} \Rightarrow \begin{cases} \sqrt[n-dispari]{a} \Rightarrow \forall a \in \Re \\ \sqrt[n-pari]{a} \Rightarrow \forall a \in \Re : a \geq 0 \end{cases}}$$

Vogliamo ora ricordare in sintesi altre operazioni possibili con i radicali :

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[m]{b} = \sqrt[nm]{a^m b^n}$$

$$\sqrt{a \pm \sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a+\sqrt{a^2-b}}{2}} \pm \sqrt{\frac{a-\sqrt{a^2-b}}{2}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{1}{\sqrt{a}} \cdot \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{a}}{a}$$

$$\frac{1}{\sqrt[n]{a}} = \frac{1}{\sqrt[n]{a}} \cdot \frac{\sqrt[n]{a^{n-1}}}{\sqrt[n]{a^{n-1}}} = \frac{\sqrt[n]{a^{n-1}}}{a}$$

$$\frac{1}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} = \frac{1}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} \cdot \frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{a-b}$$

$$\frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} = \frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{b}} \cdot \frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}} = \frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{a-b}$$

$$\frac{1}{\sqrt[3]{a}-b} = \frac{1 \cdot \left(\sqrt[3]{a^2} + b\sqrt[3]{a} + b^2\right)}{\left(\sqrt[3]{a} - b\right) \cdot \left(\sqrt[3]{a^2} + b\sqrt[3]{a} + b^2\right)}$$

Le ultime cinque scritte passano sotto il nome di **<u>razionalizzazione di radicali</u>**, intendendo con questo <u>l'eliminazione del radicale al denominatore.</u> (Da ora in avanti si procederà a razionalizzare tanto il numeratore , quanto il denominatore).

<u>EQUAZIONI IRRAZIONALI</u> :

Per equazione irrazionale intendiamo quell'uguaglianza algebrica nella variabile x , la cui variabile compare sotto il segno di radice.

Elencheremo qui di seguito una varia tipologia di equazioni irrazionali, che comunque limiteremo a seconda delle esigenze più correnti.

<u>1° caso</u> : $\boxed{\sqrt[n-dispari]{A(x)} = b \quad , \quad (b > 0 \quad , \quad b < 0)}$

risolveremo in questo modo :

a) isolamento del radicale

b) elevamento a potenza (n)

c) risoluzione.

Es : $\sqrt[3]{x^2 - 1} + 2 = 0 \quad \Rightarrow \quad \sqrt[3]{x^2 - 1} = -2$

$$\left(\sqrt[3]{x^2 - 1}\right)^3 = (-2)^3 \quad \Rightarrow \quad \left(x^2 - 1\right) = -8$$

$$x^2 = -7 \ , \qquad \nexists x \in \Re$$

<u>2° caso</u> : $\boxed{\sqrt[n-pari]{A(x)} = b \quad , \quad (\, b > 0 \,)}$

a) discussione della realtà del radicale $A(x) \geq 0$

b) isolamento del radicale

c) elevamento a potenza (n)

d) risoluzione e verifica (della condizione di realtà).

Es : $\sqrt{1-x^2} - 3 = 0 \quad \Rightarrow \quad \sqrt{1-x^2} = 3$

$$\left(\sqrt{1-x^2}\right)^2 = (3)^2 \quad \Rightarrow \quad \left(1-x^2\right) = 9$$

$$x^2 = -8 \quad \Rightarrow \quad \forall x \in \Re$$

<u>3° caso</u> : $\boxed{\sqrt[n-pari]{A(x)} = b \quad , \quad (\, b < 0 \,)}$

a) discussione realtà $A(x) \geq 0$

l'equazione non è mai verificata , $\forall x \in \Re$

<u>(sarà comunque utile ricordare che la radice-pari, dopo che si è discussa la sua realtà , rappresenta sempre una quantità positiva).</u>

Di qui quindi la considerazione che una quantità positiva non può mai essere uguale ad una quantità negativa. **<u>Si ricordi quindi che non è mai possibile operare un elevamento a potenza pari di due membri di segno discorde</u>**.

Es : $\sqrt{x^2-4}+2=0 \quad \Rightarrow \quad \sqrt{x^2-4}=-2$

discussione. realtà $\quad x^2-4\geq 0 \quad \Rightarrow \quad x\leq -2 \ ; \quad x\geq +2 \quad \Rightarrow \quad \forall x\in\Re$

quindi per qualsiasi valore di x l'equazione non è mai verificata.

<u>4° caso</u> :

$$\boxed{\sqrt[n-dispari]{A(x)}=B(x)}$$

a) isolamento del radicale

b) elevamento a potenza (n)

c) risoluzione.

Es : $\sqrt[3]{x^3-3}=x-2 \quad \Rightarrow \quad \left(\sqrt[3]{x^3-3}\right)^3=(x-2)^3$

$$x^3-3=x^3-6x^2+12x-8$$

$$6x^2-12x+5=0 \quad \Rightarrow \quad x_{1/2}=\frac{6\pm\sqrt{36-30}}{6}$$

$$x_{1/2}=1\pm\frac{\sqrt{6}}{6}$$

<u>5° caso</u> : $$\boxed{\sqrt[n-pari]{A(x)} = B(x)}$$

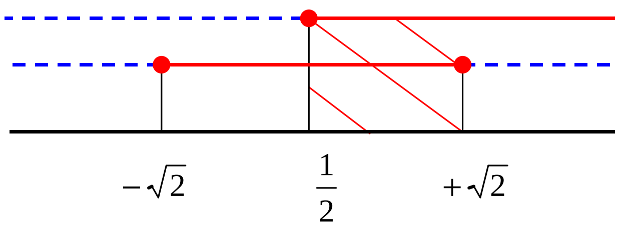
a) condizione di realtà della radice e dell'equazione $\begin{cases} A(x) \geq 0 \\ B(x) \geq 0 \end{cases}$

b) elevamento a potenza (n)

c) risoluzione e verifica.

Es : $\sqrt{2-x^2} - 2x + 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad \sqrt{2-x^2} = 2x - 1$

a) $\begin{cases} 2 - x^2 \geq 0 \\ 2x - 1 \geq 0 \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} -\sqrt{2} \leq x \leq +\sqrt{2} \\ x \geq \dfrac{1}{2} \end{cases}$



quindi l'equazione sarà verificata se e solo se i valori rientreranno nell'insieme delle soluzioni :

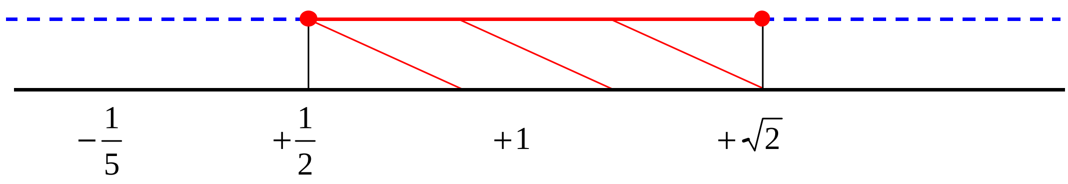
$$\frac{1}{2} \leq x \leq +\sqrt{2}$$

riprendendo l'equazione si avrà :

$$\sqrt{2-x^2} = 2x - 1 \quad \Rightarrow \quad \left(\sqrt{2-x^2}\right)^2 = (2x-1)^2 \quad \Rightarrow \quad 2 - x^2 = 4x^2 - 4x + 1$$

da cui : $5x^2 - 4x - 1 = 0 \quad \Rightarrow \quad x_{1/2} = \dfrac{+2 \pm \sqrt{4+5}}{5} = \begin{cases} x_1 = -\dfrac{1}{5} \\ x_2 = +1 \end{cases}$

e di qui x_1 sarà un valore non accettabile poiché non rientra nel campo delle soluzioni, mentre l'unica soluzione dell'equazione data sarà $x_2 = +1$ **.**



<u>DISEQUAZIONI IRRAZIONALI</u> :

Allo stesso modo anche per le disequazioni avremo i seguenti casi :

<u>1° caso</u> :

$$\boxed{\sqrt[n-dispari]{A(x)} \ \geq \ b \quad oppure \quad \sqrt[n-dispari]{A(x)} \ \leq \ b \qquad , \quad (\, b \geq 0 \quad , \quad b \leq 0 \,)}$$

a) isolamento radicale

b) elevamento a potenza (n)

c) risoluzione.

Es : $\sqrt[3]{x+2} - 3 < 0$

$$\left(\sqrt[3]{x+2} \right)^3 < (3)^3 \quad \Rightarrow \quad x + 2 < 27 \quad \Rightarrow \quad x < 25$$

2° caso : $\boxed{\sqrt[n-pari]{A(x)} \; > \; b \qquad (\, b \geq 0 \,)}$

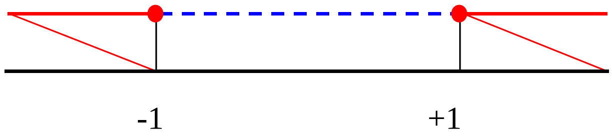
a) discussione di realtà $A(x) \geq 0$

b) isolamento

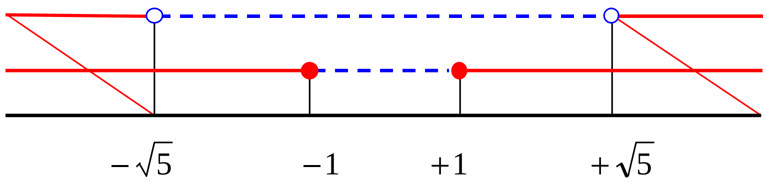
c) elevamento a potenza (n)

d) risoluzione e verifica.

Es : $\sqrt{x^2 - 1} > 2 \quad \Rightarrow \quad x^2 - 1 \geq 0 \quad \Rightarrow \quad x \leq -1 \,;\, x \geq +1$



e quindi si avrà : $x^2 - 1 > 4 \quad \Rightarrow \quad x^2 > 5 \quad \Rightarrow \quad x < -\sqrt{5} \,,\, x > +\sqrt{5}$
di qui la verifica :



quindi , $x < -\sqrt{5}$, $x > +\sqrt{5}$.

<u>3° caso</u> :

$$\boxed{\sqrt[n-pari]{A(x)} \; < \; b \qquad (b \geq 0)}$$

a) discussione realtà del radicale $A(x) \geq 0$

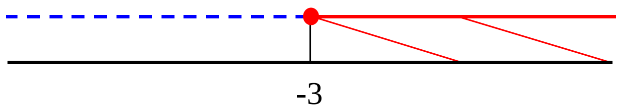
b) isolamento

c) elevamento a potenza (n)

d) risoluzione e verifica.

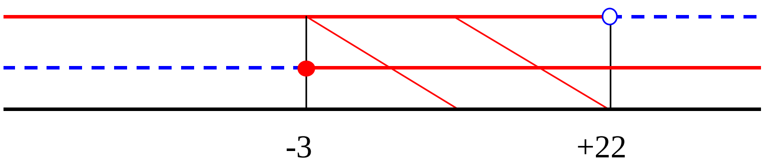
Es. $\sqrt{x+3} - 5 < 0 \quad \Rightarrow \quad \sqrt{x+3} < 5$

$x + 3 \geq 0 \quad \Rightarrow \quad x \geq -3$



e di qui : $\left(\sqrt{x+3} \right)^2 < (5)^2 \quad \Rightarrow \quad x + 3 < 25 \quad \Rightarrow \quad x < 22$

e perciò si avrà :



$-3 \leq x < +22$.

4° caso :

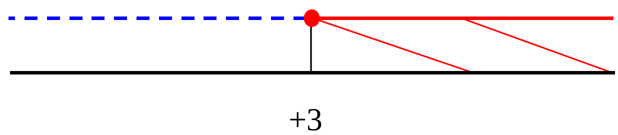
$$\boxed{\sqrt[n-pari]{A(x)} \; > \; b \qquad (\, b \le 0 \,)}$$

a) discussione $\quad A(x) \ge 0$

e di qui $\quad \forall x \in \Re \; : \; A(x) \ge 0$

Es : $\quad \sqrt{2x-6} > -4$

$$2x - 6 \ge 0 \longrightarrow x \ge 3$$



per cui per tutti i valori di $x \ge 3$ la disequazione è verificata.

5° caso :

$$\boxed{\sqrt[n-pari]{A(x)} \; < \; b \qquad (\, b \le 0 \,)}$$

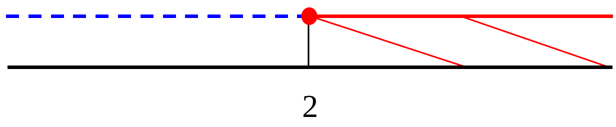
a) discussione realtà radicale $\quad A(x) \ge 0$

e di qui $\quad \forall x \in \Re$

<u>dal momento che una quantità positiva non può essere minore di una negativa</u>.

Es : $\sqrt{x-2} < -4$

$x - 2 \geq 0 \longrightarrow x \geq 2$



e quindi per tutti i valori di $x \in \Re$ la disequazione <u>non è mai verificata.</u>

<u>6° caso</u> :

$$\boxed{\sqrt[n-dispari]{A(x)} > B(x) \quad oppure \quad \sqrt[n-dispari]{A(x)} < B(x)}$$

a) isolamento del radicale

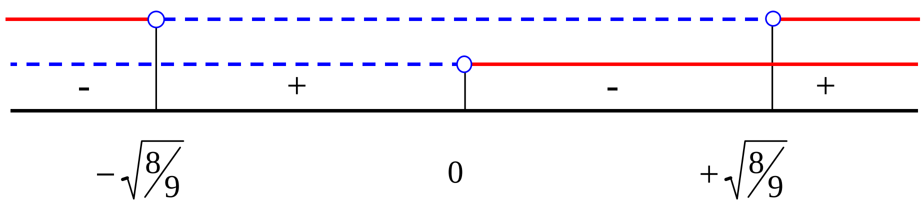
b) elevamento a potenza (n)

c) risoluzione.

Es : $\sqrt[3]{x^3 - 8x} < -2x \qquad \longrightarrow \left(\sqrt[3]{x^3 - 8x}\right)^3 < (-2x)^3$

$x^3 - 8x < -8x^3$

$$\longrightarrow 9x^3 - 8x < 0 \longrightarrow x \cdot \left(9x^2 - 8\right) < 0 \longrightarrow \begin{cases} x > 0 \longrightarrow x > 0 \\ x^2 > \dfrac{8}{9} \longrightarrow x < -\sqrt{\dfrac{8}{9}} \;,\; x > \sqrt{\dfrac{8}{9}} \end{cases}$$



per cui $x < -\sqrt{8/9} \quad , \quad 0 < x < +\sqrt{8/9}$

<u>7° caso</u> :

$$\boxed{\sqrt[n-pari]{A(x)} \;>\; B(x)}$$

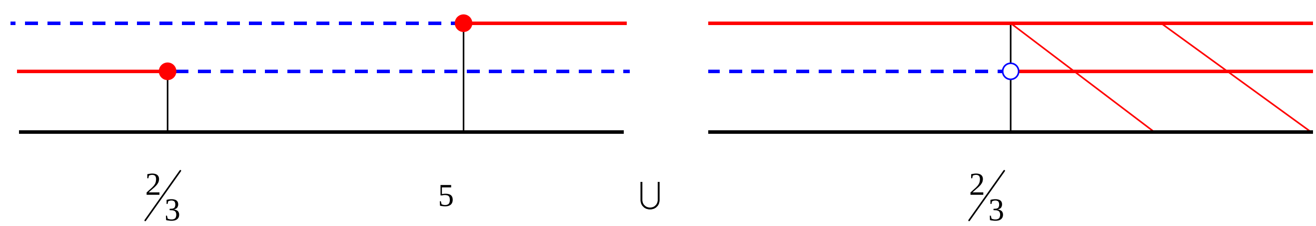
<u>In questo caso si procede alla risoluzione di due sistemi di disequazioni</u>.

$$\begin{cases} B(x) \le 0 \\ A(x) \ge 0 \end{cases} \quad \cup \quad \begin{cases} B(x) > 0 \\ A(x) > B^n(x) \end{cases}$$

Es : $\sqrt{x-5} - 3x + 2 > 0 \quad \longrightarrow \sqrt{x-5} > 3x - 2$

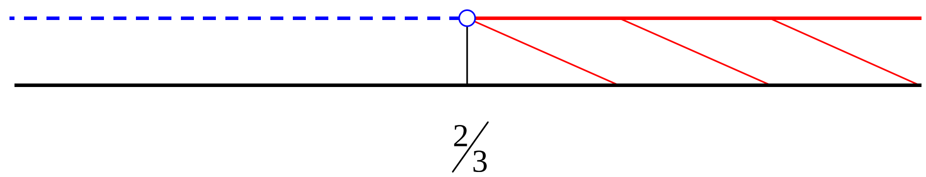
$$\begin{cases} 3x - 2 \le 0 \\ x - 5 \ge 0 \end{cases} \quad \cup \quad \begin{cases} 3x - 2 > 0 \\ x - 5 > (3x-2)^2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \le \dfrac{2}{3} \\ x \ge 5 \end{cases} \quad \cup \quad \begin{cases} x > \dfrac{2}{3} \\ 9x^2 - 13x + 9 > 0 \longrightarrow \Delta < 0 \\ \forall x \in \Re \end{cases}$$



e quindi il risultato che verifica la disequazione di partenza è :

$x > 2/3$



<u>8° caso</u> :

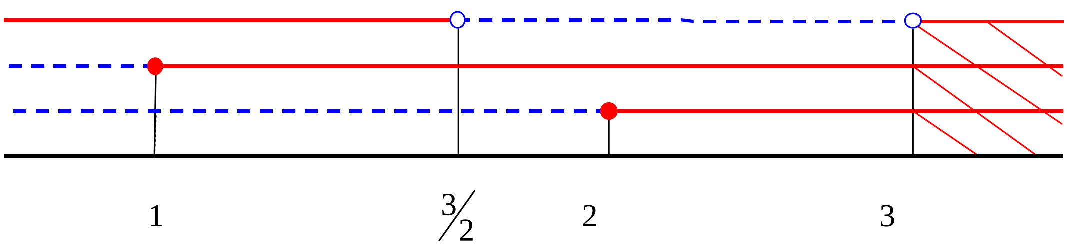
$$\boxed{\sqrt[n-pari]{A(x)} \quad < \quad B(x)}$$

<u>In questo caso la risoluzione passa tramite un sistema di tre disequazioni</u>.

$$\begin{cases} B(x) \geq 0 \\ A(x) \geq 0 \\ A(x) < B^n(x) \end{cases}$$

Es : $\sqrt{2x-2} - 2x + 4 < 0 \longrightarrow \sqrt{2x-2} < 2x - 4$

$$\begin{cases} 2x-4 \geq 0 \\ 2x-2 \geq 0 \\ 2x-2 < (2x-4)^2 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x \geq 1 \\ 4x^2 - 18x + 18 > 0 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x \geq 1 \\ x < 3/2 , x > 3 \end{cases}$$



il sistema è dunque verificato per tutti i valori di $x \in \Re : x > 3$.

ESERCIZI SULLE CONDIZIONI DI ESISTENZA DEI RADICALI

ESERCIZI SULLA SEMPLIFICAZIONE DEI RADICALI

ESERCIZI SUL TRASPORTO FUORI DAL SEGNO DI RADICE

ESERCIZI SULLA RAZIONALIZZAZIONE

ESERCIZI SULLE EQUAZIONI IRRAZIONALI

ESERCIZI SULLE DISEQUAZIONI IRRAZIONALI

USO DEI PULSANTI

?

Visualizza solo la soluzione dell'esercizio

RISOLVI

Visualizza le soluzioni di tutti gli esercizi

NASCONDI

Nasconde le soluzioni

ESERCIZI

Torna all'indice degli esercizi

INDICE

Torna all'indice della lezione

Stabilire le condizioni di esistenza dei seguenti radicali :

1. $\sqrt{3x^2b}$?

2. $\sqrt[5]{-2ab}$?

3. $\sqrt{a^2+a}$?

4. $\sqrt[4]{3+2x}$?

5. $\sqrt{-3x-3}$?

6. $\sqrt[6]{-2a^2b^4}$?

7. $\sqrt[5]{2t+9}$?

8. $\sqrt[3]{x^2-3x}$?

9. $\sqrt{\dfrac{-x+3}{x^2(1-2x)^3}}$?

10. $\sqrt[4]{\dfrac{-x+3}{x}}$

?

Eseguire le operazioni di semplificazione tra i seguenti radicali :

11. $\sqrt[6]{16x^4}$?

12. $\sqrt[6]{a^8x^4}$?

13. $\sqrt[8]{64x^6}$?

14. $\sqrt[4]{4x^2}$?

15. $\sqrt[12]{256x^6b^{10}}$

?

Utilizzando il trasporto fuori dal segno di radice semplificare i radicali :

16. $\sqrt{32x^5b^3}$

?

17. $\sqrt[6]{72x^7y^4c^5}$

?

18. $\sqrt{12b^3x}$

?

19. $\sqrt[5]{\dfrac{125z^8a^3}{32xy^7}}$

?

20. $\dfrac{\sqrt[3]{81a^4by^4}}{12\sqrt{a^3y^2}}$

?

Razionalizzare i seguenti radicali:

21. $\dfrac{3}{\sqrt[4]{27}}$?

22. $\dfrac{3-\sqrt[3]{12}}{\sqrt[3]{3}}$?

23. $\dfrac{2\sqrt[3]{2}-2}{\sqrt[3]{64}}$?

24. $\dfrac{18}{2\sqrt{5}-\sqrt{2}}$?

25. $\dfrac{1}{\sqrt{5}+\sqrt{2}}$?

26. $\dfrac{7}{-\sqrt{3}+3\sqrt{5}}$?

27. $\dfrac{\sqrt{25}}{2\sqrt{7}+\sqrt{3}}$?

28. $\dfrac{2\sqrt{3}-3\sqrt{7}}{3\sqrt{3}-2\sqrt{7}}$?

29. $\dfrac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}$?

30. $\dfrac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{5}+1}$?

Risolvere le seguenti equazioni irrazionali :

31. $\sqrt{2x+4}-2=0$

?

32. $\sqrt[5]{x-3}-1=0$

?

33. $\dfrac{2}{\sqrt[3]{5-x}}+1=0$

?

34. $x-2-\sqrt{3x-3}=0$?

35. $\sqrt{x+1}+\sqrt{2(x-1)}=0$?

36. $\sqrt{\dfrac{-x+3}{-2-x}}=3$?

37. $\dfrac{2}{2x+\sqrt{x+3}}+\dfrac{2}{2x-\sqrt{x+3}}=3x$?

38. $\frac{6}{\sqrt{x-1}}+4=\sqrt{x-1}$?

39. $\sqrt{2-4x}+x\sqrt{2}=0$

?

40. $\sqrt{2x^2+4}=\sqrt{-x^2}+2$

?

41. $\sqrt{x+1}-\sqrt{x+3}=2$

?

42. $\sqrt{x^2+2x+1}=1-\sqrt{1+x^2}$

?

43. $\sqrt{x^2+1} = \dfrac{\sqrt{x^2+1}}{2} + 1$?

44. $\sqrt{5-2x} - 2 = \sqrt{3x-3}$?

45. $$\frac{2x-2}{\sqrt{x+1}}-\sqrt{x-2}=0$$

?

Risolvere le seguenti disequazioni irrazionali :

46. $\sqrt{x-4} < 2(x-4)$?

47. $\sqrt{-2x+3} < -x+2$?

48. $\sqrt{2x^2-2} > -3x-2$

?

49. $\sqrt{x^2+1} < 2x-3$

50. $\sqrt{x^2+4} < 4x-1$

51. $\sqrt{2(-x+1)} > -2x+1$

?

52. $\sqrt{x^2+x+2}<x-1$?

53. $\sqrt{2\left(x^2-1\right)}<3-x$?

54. $\sqrt{9-16x^2} > -x+1$

?

55. $\sqrt{x^2-5x+4}<2(-x-1)$?

56. $\sqrt{2-\dfrac{1}{x}}<x-2$?

57. $\dfrac{-x}{\sqrt{2x+2}} < 2$

?

58. $$\frac{-x}{\sqrt{x+1}}-1>\frac{1}{\sqrt{x+1}}$$

?

59. $\sqrt{x+3}-\sqrt{x-1}>\dfrac{x-\sqrt{1-x}}{\sqrt{x+3}+\sqrt{x-1}}$

?

60. $$\frac{-x+1}{1+\sqrt{4-x}}>0$$

?