

# SIMILITUDINI PIANE ED APPLICAZIONI

Due o più figure sono simili se hanno la stessa forma.

Due poligoni con lo stesso numero di lati si dicono simili se hanno:

- lati corrispondenti in proporzione;
- angoli corrispondenti congruenti.

In simboli:

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{A'C'}{AC} = k$$

$$\alpha' = \alpha;$$

$$\beta = \beta$$

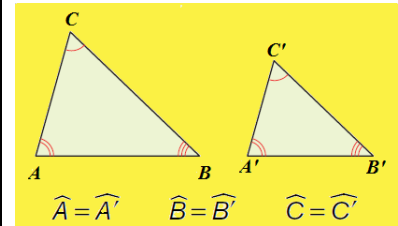
$$\gamma' = \gamma$$

$k$  si dice **rapporto di similitudine**

se  $k > 1$  la figura  $A'B'C'$  è un ingrandimento della figura  $ABC$ ;

se  $k < 1$  la figura  $A'B'C'$  è una riduzione della figura  $ABC$ ;

se  $k = 1$  la figura  $A'B'C'$  è congruente della figura  $ABC$ .



## Criteri di similitudine dei triangoli

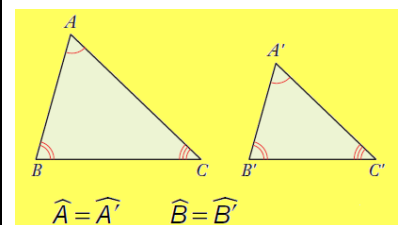
### Primo criterio

Due triangoli sono simili se hanno:

- due coppie di angoli corrispondenti congruenti

$$\alpha' = \alpha$$

$$\beta = \beta$$



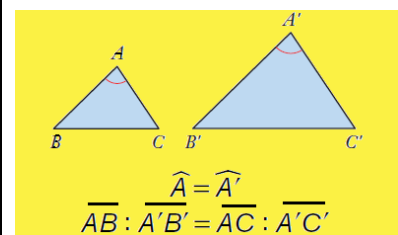
### Secondo criterio

Due triangoli sono simili se hanno:

- una coppia di angoli corrispondenti congruenti

$$\alpha' = \alpha$$

- i lati che li comprendono in proporzione  $\frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC}$

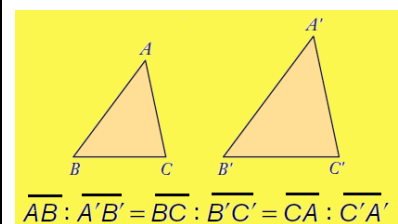


### Terzo criterio

Due triangoli sono simili se hanno:

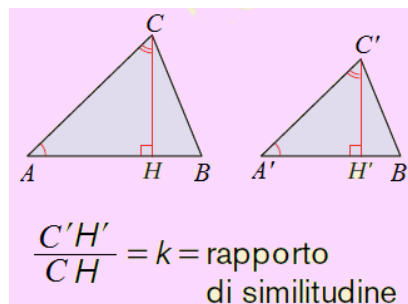
- i lati corrispondenti in proporzione

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{A'C'}{AC}$$

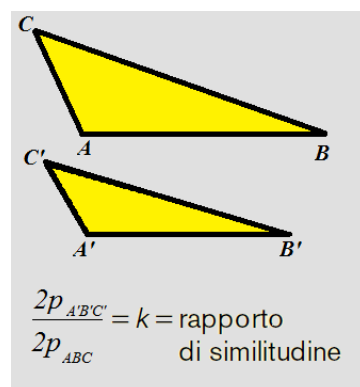


## Altezze, perimetri ed aree nella similitudine

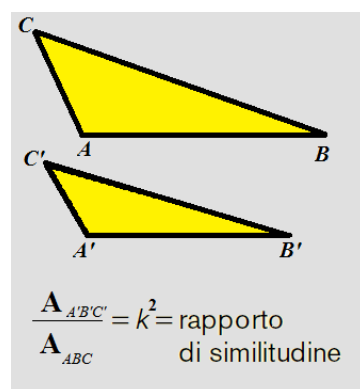
In due triangoli il rapporto tra **altezze** corrispondenti è uguale al rapporto di similitudine  $\frac{C'H'}{CH} = k$



In due poligoni simili il rapporto tra i **perimetri** è uguale al rapporto di similitudine  $\frac{2p_{A'B'C'}}{2p_{ABC}} = k$



In due poligoni simili il rapporto tra le **aree** è uguale al quadrato del rapporto di similitudine  $\frac{A_{A'B'C'}}{A_{ABC}} = k^2$



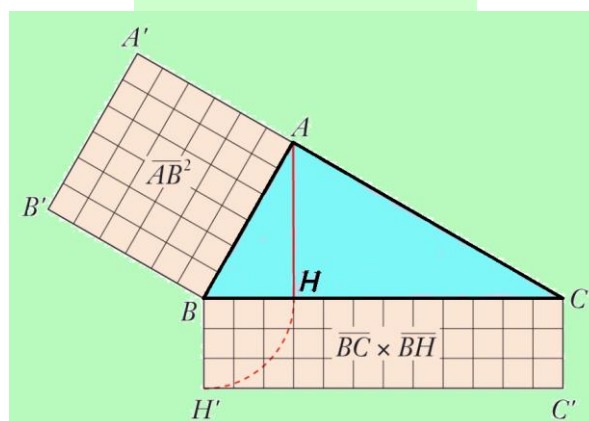
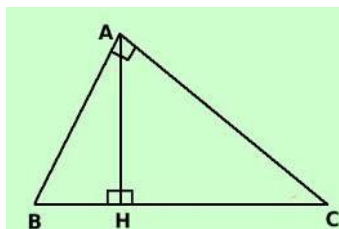
## I teoremi di Euclide

**Primo Teorema:** in un triangolo rettangolo ogni cateto è medio proporzionale fra l'ipotenusa e la proiezione del cateto stesso sull'ipotenusa.

$$\overline{BC} : \overline{AB} = \overline{AB} : \overline{BH}$$

$$\overline{BC} : \overline{AC} = \overline{AC} : \overline{HC}$$

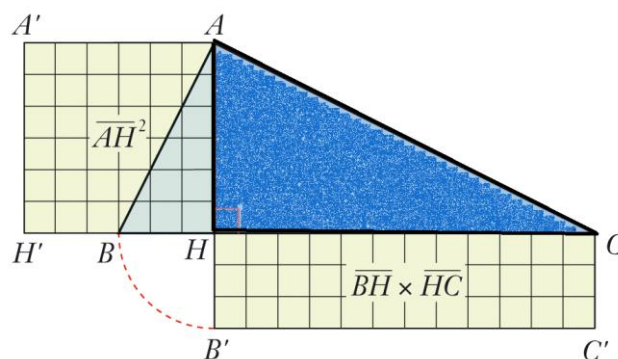
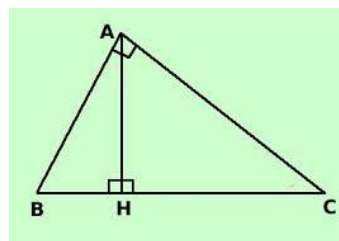
- *Interpretazione geometrica:* in ogni triangolo rettangolo il quadrato costruito su un cateto è equivalente al rettangolo avente per lati l'ipotenusa e la proiezione del cateto stesso sull'ipotenusa.



**Secondo Teorema:** in un triangolo rettangolo l'altezza relativa all'ipotenusa è media proporzionale fra le proiezioni dei cateti sull'ipotenusa.

$$\overline{BH} : \overline{AH} = \overline{AH} : \overline{HC}$$

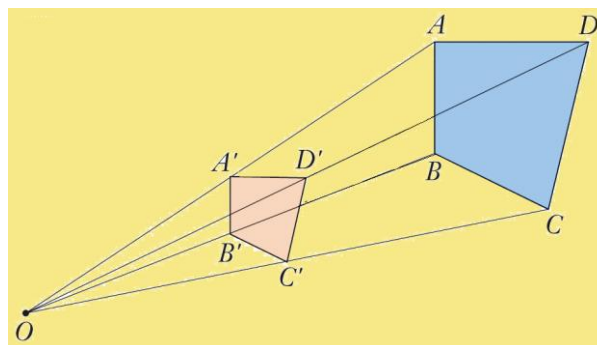
- *Interpretazione geometrica:* in ogni triangolo rettangolo il quadrato costruito sull'altezza relativa all'ipotenusa è equivalente al rettangolo avente per lati le proiezioni dei cateti stessi sull'ipotenusa.



## L'omotetia

L'omotetia è una trasformazione di una figura in un'altra dove gli angoli corrispondenti sono congruenti, i segmenti corrispondenti sono paralleli, il rapporto  $K$  fra le loro lunghezze è costante e tutti i punti corrispondenti sono allineati con un punto fisso che è l'origine dell'omotetia.

$$\frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}} = \frac{\overline{OB'}}{\overline{OB}} = \frac{\overline{OC'}}{\overline{OC}} = k = \frac{1}{2}$$



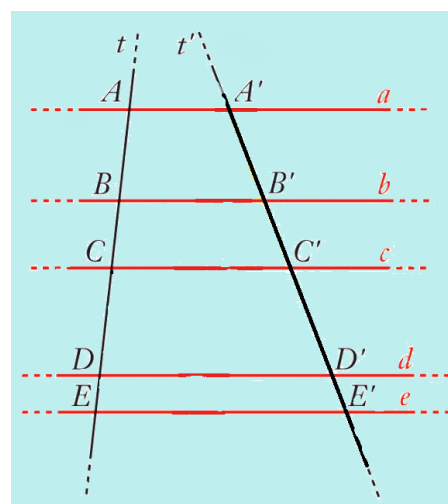
## Il teorema di Talete

Un fascio di rette parallele, tagliate da due trasversali, determina sulle trasversali stesse, segmenti corrispondenti in proporzione.

$$\overline{AB} : \overline{BC} = \overline{A'B'} : \overline{B'C'}$$

$$\overline{BC} : \overline{AD} = \overline{B'C'} : \overline{A'D'}$$

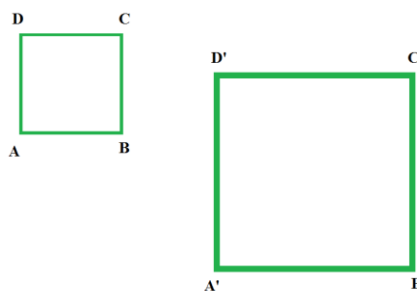
.....



### Esercizi guidati

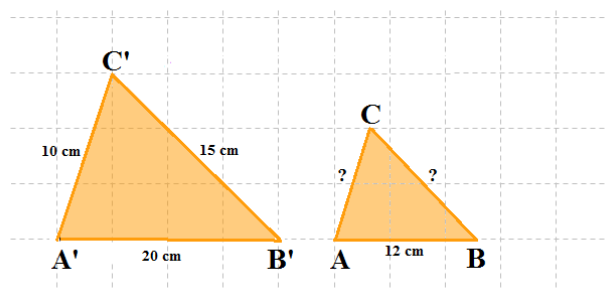
- Qual è il rapporto di similitudine fra le seguenti figure sapendo che

$$\overline{AB} = 20\text{cm} \text{ e } \overline{A'B'} = 30\text{cm}$$



Il rapporto di similitudine è  $k = \frac{30}{20}$  cioè 3:2

- Considera le seguenti figure



Qual è il rapporto di similitudine fra le seguenti figure?.....

Quali sono le misure dei lati mancanti?.....

Calcola il rapporto di similitudine fra lati corrispondenti, cioè:

$$k = 20/12 \quad \text{cioè } k =$$

Occorre scrivere le proporzioni fra i lati corrispondenti, cioè:

$$\overline{A'B'} : \overline{AB} = 5 : 3$$

$$\dots : \dots = \dots : \dots$$

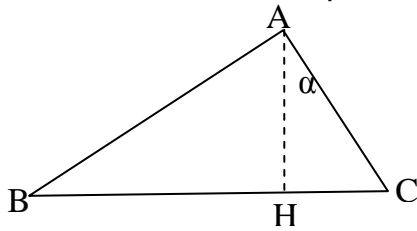
$$\dots =$$

$$\overline{A'C'} : \overline{AC} = \dots : \dots$$

$$\dots : \dots = \dots = \dots$$

$$\dots =$$

- Calcola la misura del perimetro del seguente triangolo rettangolo



$$\alpha = 90^\circ$$

$$\overline{BC} = 75\text{cm}$$

$$\overline{HC} = 48\text{cm}$$

$$2p_{ABC} = ?$$

Per calcolare la misura del cateto AC, applico il 1° teorema di Euclide

$$\overline{BC} : \overline{AC} = \overline{AC} : \overline{HC}$$

$$75 : \overline{AC} = \overline{AC} : 48$$

$$\overline{AC}^2 = 75 \cdot 48$$

$$\overline{AC} = \sqrt{3600} = 60\text{cm}$$

Calcolare poi, la proiezione HB del cateto minore sull'ipotenusa

$$\overline{HB} = \overline{BC} - \overline{HC}$$

$$\overline{HB} = 75 - 48 = 27\text{cm}$$

Per calcolare la misura del cateto AB, applico il 1° teorema di Euclide

$$\overline{BC} : \overline{AB} = \overline{AB} : \overline{HB}$$

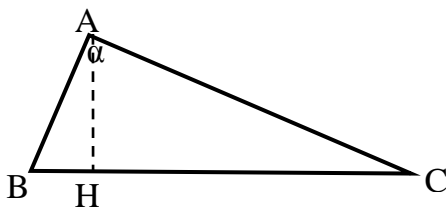
$$75 : \overline{AB} = \overline{AB} : 27$$

$$\overline{AB}^2 = 75 \cdot 27 = 2025$$

$$\overline{AB} = \sqrt{2025} = 45\text{cm}$$

$$2p_{ABC} = \dots\dots\dots$$

- Calcola la misura dell'altezza relativa all'ipotenusa del triangolo rettangolo in figura



$$\alpha = 90^\circ$$

$$\overline{HB} = 3,6\text{cm}$$

$$\overline{HC} = 6,4\text{cm}$$

$$\overline{AH} = ?$$

Per calcolare AH applico il 2° teorema di Euclide,

$$\overline{HB} : \overline{AH} = \overline{AH} : \overline{HC}$$

$$3,6 : \overline{AH} = \overline{AH} : 6,4$$

$$\overline{AH}^2 = 3,6 \cdot 6,4 = 23,04$$

$$\overline{AH} = \sqrt{\dots\dots\dots} = \dots\dots\dots$$