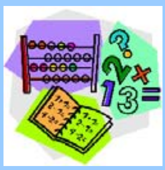


ESERCIZI DI MATEMATICA

GONIOMETRIA

LE FORMULE GONIOMETRICHE

GLI ANGOLI ASSOCIATI

ESERCIZIO

ANGOLI OPPOSTI (α E $-\alpha$)

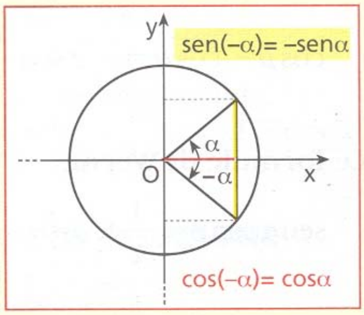
ESERCIZIO GUIDA

Semplifichiamo la seguente espressione:

$$\operatorname{sen}(-\alpha) + 2\cos(-\alpha) + \sec(-\alpha)\operatorname{cotg}(-\alpha)\operatorname{sen}\alpha + \operatorname{sen}\alpha.$$

Trasformiamo prima di tutto le funzioni di $-\alpha$ in funzioni di α notando in figura che:

$$\operatorname{sen}(-\alpha) = -\operatorname{sen}\alpha; \quad \cos(-\alpha) = \cos\alpha$$



e quindi:

$$\sec(-\alpha) = \sec\alpha; \quad \operatorname{cotg}(-\alpha) = -\operatorname{cotg}\alpha.$$

L'espressione diventa:

$$-\operatorname{sen}\alpha + 2\cos\alpha + \sec\alpha(-\operatorname{cotg}\alpha)\operatorname{sen}\alpha + \operatorname{sen}\alpha.$$

Trasformiamo $\sec\alpha$ e $\operatorname{cotg}\alpha$ in funzione di $\operatorname{sen}\alpha$ e $\cos\alpha$ e semplifichiamo:

$$-\operatorname{sen}\alpha + 2\cos\alpha + \frac{1}{\cos\alpha}\left(\frac{-\cos\alpha}{\operatorname{sen}\alpha}\right)\operatorname{sen}\alpha + \operatorname{sen}\alpha = 2\cos\alpha - 1.$$

ESERCIZIO

ANGOLI COMPLEMENTARI $\left(\alpha \text{ E } \frac{\pi}{2} - \alpha\right)$

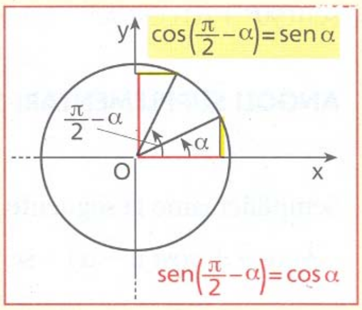
ESERCIZIO GUIDA

Semplifichiamo la seguente espressione:

$$\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) - \cos\alpha + \operatorname{cosec}\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right).$$

Trasformiamo $\operatorname{cosec}\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$ in funzione di $\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$:

$$\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) - \cos\alpha + \frac{1}{\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)}\cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right).$$



Trasformiamo le funzioni di $\frac{\pi}{2} - \alpha$ in funzione di α tenendo conto delle relazioni della figura.

L'espressione diventa: $\cos\alpha - \cos\alpha + \frac{1}{\cos\alpha}\operatorname{sen}\alpha = \operatorname{tg}\alpha.$

ESERCIZIO

ANGOLI CHE DIFFERISCONO DI UN ANGOLO RETTO $\left(\alpha \text{ E } \frac{\pi}{2}+\alpha\right)$

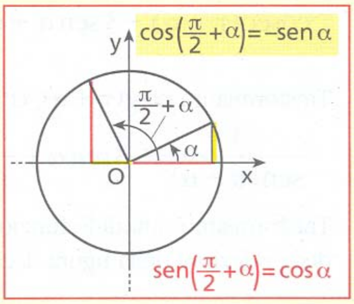
ESERCIZIO GUIDA

Semplifichiamo la seguente espressione:

$$\cos\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)+\operatorname{sen}\alpha+\sec\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)\operatorname{sen}\alpha+\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right).$$

Trasformiamo $\sec\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)$ in funzione di $\cos\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)$:

$$\cos\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)+\operatorname{sen}\alpha+\frac{1}{\cos\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right)}\operatorname{sen}\alpha+\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2}+\alpha\right).$$



Trasformiamo quindi le funzioni di $\frac{\pi}{2}+\alpha$ in funzione di α tenendo conto delle relazioni della figura.

L'espressione diventa: $-\operatorname{sen}\alpha+\operatorname{sen}\alpha+\frac{1}{-\operatorname{sen}\alpha}\operatorname{sen}\alpha+\cos\alpha=-1+\cos\alpha.$

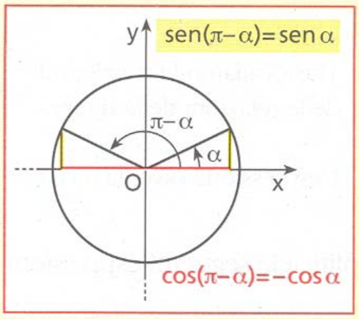
ESERCIZIO

ANGOLI SUPPLEMENTARI (α E $\pi-\alpha$)

ESERCIZIO GUIDA

Semplifichiamo la seguente espressione:

$$3\cos\alpha+\cos(\pi-\alpha)-\operatorname{sen}\alpha+2\operatorname{cotg}(\pi-\alpha)\operatorname{sen}\alpha+2\operatorname{sen}(\pi-\alpha).$$



Trasformiamo $\operatorname{cotg}(\pi-\alpha)$ in funzione del seno e del coseno:

$$3\cos\alpha+\cos(\pi-\alpha)-\operatorname{sen}\alpha+\frac{2\cos(\pi-\alpha)}{\operatorname{sen}(\pi-\alpha)}\operatorname{sen}\alpha+2\operatorname{sen}(\pi-\alpha).$$

Trasformiamo quindi le funzioni di $\pi-\alpha$ in funzioni di α mediante le relazioni della figura. L'espressione diventa:

$$3\cos\alpha-\cos\alpha-\operatorname{sen}\alpha+2\frac{-\cos\alpha}{\operatorname{sen}\alpha}\operatorname{sen}\alpha+2\operatorname{sen}\alpha=2\cos\alpha+\operatorname{sen}\alpha-2\cos\alpha=\operatorname{sen}\alpha.$$

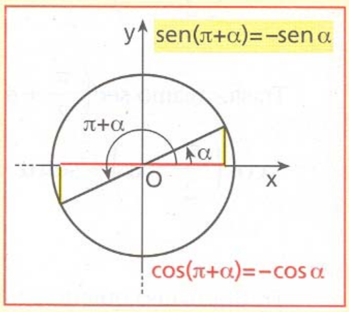
ESERCIZIO

ANGOLI CHE DIFFERISCONO DI UN ANGOLO PIATTO (α E $\pi+\alpha$)

ESERCIZIO GUIDA

Semplifichiamo la seguente espressione:

$$\operatorname{cosec}(\pi+\alpha)+3\operatorname{sen}\alpha+\operatorname{cotg}(\pi+\alpha)\sec\alpha+2\operatorname{sen}(\pi+\alpha).$$



Trasformiamo $\operatorname{cotg}(\pi+\alpha)$, $\operatorname{cosec}(\pi+\alpha)$ e $\sec\alpha$ in funzione del seno e del coseno:

$$\frac{1}{\operatorname{sen}(\pi+\alpha)}+3\operatorname{sen}\alpha+\frac{\cos(\pi+\alpha)}{\operatorname{sen}(\pi+\alpha)}\cdot\frac{1}{\cos\alpha}+2\operatorname{sen}(\pi+\alpha).$$

Trasformiamo quindi le funzioni di $\pi+\alpha$ in funzioni di α tenendo conto delle relazioni della figura. L'espressione diventa:

$$\frac{1}{-\operatorname{sen}\alpha}+3\operatorname{sen}\alpha+\frac{-\cos\alpha}{-\operatorname{sen}\alpha}\cdot\frac{1}{\cos\alpha}-2\operatorname{sen}\alpha=-\frac{1}{\operatorname{sen}\alpha}+\operatorname{sen}\alpha+\frac{1}{\operatorname{sen}\alpha}=\operatorname{sen}\alpha.$$

ESERCIZIO

ANGOLI LA CUI SOMMA O DIFFERENZA È $\frac{3}{2}\pi$ $\left(\alpha \text{ E } \frac{3}{2}\pi-\alpha,\ \alpha \text{ E } \frac{3}{2}\pi+\alpha\right)$

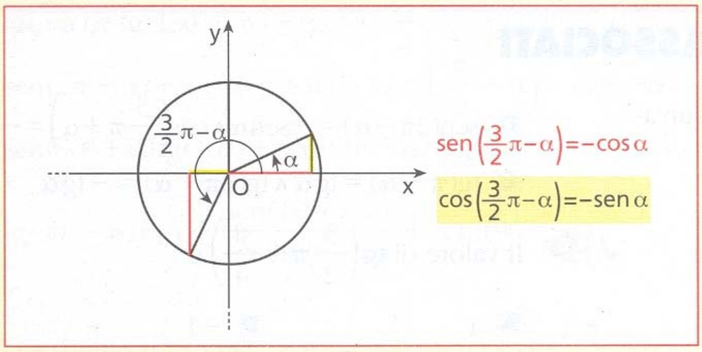
ESERCIZIO GUIDA

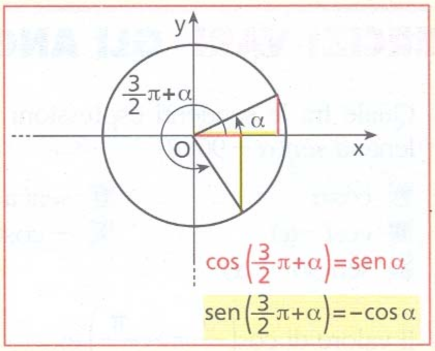
Semplifichiamo l'espressione:

$$\operatorname{sen}\left(\frac{3}{2}\pi-\alpha\right)\cos\alpha+\cos\left(\frac{3}{2}\pi+\alpha\right)\cos\left(\frac{3}{2}\pi-\alpha\right)-\operatorname{cotg}\left(\frac{3}{2}\pi-\alpha\right).$$

Trasformiamo le funzioni di $\frac{3}{2}\pi-\alpha$ e $\frac{3}{2}\pi+\alpha$ in funzioni di α tenendo conto delle relazioni delle figure:

$$-\cos\alpha\cos\alpha+\operatorname{sen}\alpha(-\operatorname{sen}\alpha)+\operatorname{tg}\alpha=-\cos^2\alpha-\operatorname{sen}^2\alpha+\operatorname{tg}\alpha=-1+\operatorname{tg}\alpha.$$





ESERCIZIO

ANGOLI ESPLEMENTARI (α E $2\pi-\alpha$)

ESERCIZIO GUIDA

Semplifichiamo la seguente espressione:

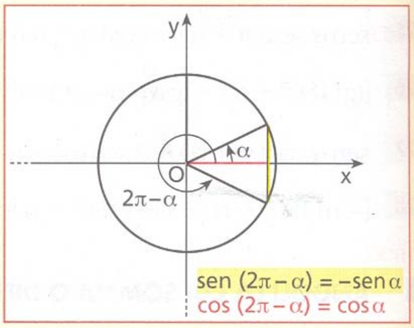
$$3\operatorname{sen}(2\pi-\alpha)+\cos(2\pi-\alpha)\sec\alpha+2\operatorname{sen}\alpha-1.$$

Trasformiamo $\sec\alpha$ in funzione del coseno:

$$3\operatorname{sen}(2\pi-\alpha)+\cos(2\pi-\alpha)\frac{1}{\cos\alpha}+2\operatorname{sen}\alpha-1.$$

Trasformiamo quindi le funzioni di $2\pi-\alpha$ in funzione di α tenendo conto delle relazioni della figura. L'espressione diventa:

$$-3\operatorname{sen}\alpha+\cos\alpha\frac{1}{\cos\alpha}+2\operatorname{sen}\alpha-1=$$
$$=-3\operatorname{sen}\alpha+1+2\operatorname{sen}\alpha-1=-\operatorname{sen}\alpha.$$



ESERCIZIO

LA RIDUZIONE AL PRIMO QUADRANTE

ESERCIZIO GUIDA

Esprimiamo:

a) $\operatorname{sen}225°$, b) $\operatorname{tg}\frac{5}{3}\pi$,

mediante la riduzione al primo quadrante.

a) $\operatorname{sen}225°=(180°+45°)=-\operatorname{sen}45°$.

b) $\operatorname{tg}\frac{5}{3}\pi=\operatorname{tg}\left(2\pi-\frac{\pi}{3}\right)=\operatorname{tg}\left(-\frac{\pi}{3}\right)=-\operatorname{tg}\frac{\pi}{3}$.

ESERCIZIO

Riduciamo al primo quadrante $\operatorname{sen}110°$.
Poiché $110°=90°+20°$, possiamo scrivere:

$$\operatorname{sen}110°=\operatorname{sen}(90°+20°)=\cos 20°.$$

LE FORMULE DI ADDIZIONE E SOTTRAZIONE

ESERCIZIO GUIDA

Calcoliamo seno, coseno e tangente di 75° e cos 15° utilizzando le formule di addizione e sottrazione.

Sappiamo che $75° = 30° + 45°$.

Applichiamo le formule di addizione del seno, del coseno e della tangente e otteniamo:

$\operatorname{sen}(30° + 45°) = \operatorname{sen} 30° \cos 45° + \operatorname{sen} 45° \cos 30°$;

$\cos(30° + 45°) = \cos 30° \cos 45° - \operatorname{sen} 45° \operatorname{sen} 30°$;

$\operatorname{tg}(30° + 45°) = \dfrac{\operatorname{tg} 30° + \operatorname{tg} 45°}{1 - \operatorname{tg} 30° \operatorname{tg} 45°}$.

Poiché $\operatorname{sen} 30° = \frac{1}{2}$, $\cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\cos 45° = \operatorname{sen} 45° = \frac{\sqrt{2}}{2}$, $\operatorname{tg} 30° = \frac{\sqrt{3}}{3}$, $\operatorname{tg} 45° = 1$, se sostituiamo ed eseguiamo i calcoli otteniamo:

$$\operatorname{sen} 75° = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4};$$

$$\cos 75° = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{4};$$

$$\operatorname{tg} 75° = \frac{\frac{\sqrt{3}}{3} + 1}{1 - \frac{\sqrt{3}}{3} \cdot 1} = \frac{\frac{\sqrt{3} + 3}{3}}{\frac{3 - \sqrt{3}}{3}} = \frac{\sqrt{3} + 3}{3} \cdot \frac{3}{3 - \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3} + 3}{3 - \sqrt{3}}.$$

Razionalizzando si ha: $\operatorname{tg} 75° = 2 + \sqrt{3}$.

Calcoliamo ora $\cos 15°$.

Possiamo scrivere:

$15° = 45° - 30°$.

Per la formula di sottrazione del coseno, otteniamo:

$$\cos(45° - 30°) = \cos 45° \cos 30° + \operatorname{sen} 45° \operatorname{sen} 30° = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}.$$

ESERCIZIO

ESERCIZIO GUIDA

Sviluppiamo $\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{6} + x\right)$ e $\cos\left(\frac{\pi}{6} - x\right)$, utilizzando le formule di addizione e sottrazione.

$$\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{6} + x\right) = \operatorname{sen}\frac{\pi}{6} \cos x + \operatorname{sen} x \cos\frac{\pi}{6} = \frac{1}{2} \cos x + \frac{\sqrt{3}}{2} \operatorname{sen} x;$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{6} - x\right) = \cos\frac{\pi}{6} \cos x + \operatorname{sen}\frac{\pi}{6} \operatorname{sen} x = \frac{\sqrt{3}}{2} \cos x + \frac{1}{2} \operatorname{sen} x.$$

LE FORMULE DI DUPLICAZIONE

ESERCIZIO GUIDA

Sviluppiamo $\operatorname{sen} 4\alpha$ utilizzando le formule di duplicazione.

Per far ciò dobbiamo applicare due volte tali formule. Nella prima applicazione scriviamo:

$$\operatorname{sen} 4\alpha = \operatorname{sen}(2 \cdot 2\alpha) = 2 \operatorname{sen} 2\alpha \cos 2\alpha.$$

Sostituiamo nell'espressione trovata le espressioni corrispondenti a $\operatorname{sen} 2\alpha$ e $\cos 2\alpha$:

$$2 \operatorname{sen} 2\alpha \cos 2\alpha = 2(2 \operatorname{sen}\alpha \cos\alpha)(\cos^2\alpha - \operatorname{sen}^2\alpha) = 4(\operatorname{sen}\alpha \cos^3\alpha - \operatorname{sen}^3\alpha \cos\alpha).$$

Quindi:

$$\operatorname{sen} 4\alpha = 4(\operatorname{sen}\alpha \cos^3\alpha - \operatorname{sen}^3\alpha \cos\alpha).$$

ESERCIZIO

Calcoliamo $\operatorname{sen} 2\alpha$, $\cos 2\alpha$, $\operatorname{tg} 2\alpha$, sapendo che il lato termine di α appartiene al secondo quadrante e $\cos\alpha = -\frac{4}{5}$.

Si ha:

$$\operatorname{sen}\alpha = +\sqrt{1-\cos^2\alpha} = +\sqrt{1-\frac{16}{25}} = \frac{3}{5}.$$

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\operatorname{sen}\alpha}{\cos\alpha} = -\frac{3}{4},$$

quindi:

$$\operatorname{sen} 2\alpha = 2\operatorname{sen}\alpha\cos\alpha = 2\cdot\frac{3}{5}\cdot\left(-\frac{4}{5}\right) = -\frac{24}{25},$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \operatorname{sen}^2\alpha = \frac{16}{25} - \frac{9}{25} = \frac{7}{25},$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2\operatorname{tg}\alpha}{1-\operatorname{tg}^2\alpha} = \frac{2\left(-\frac{3}{4}\right)}{1-\frac{9}{16}} = \frac{-\frac{3}{2}}{\frac{7}{16}} = -\frac{3}{2}\cdot\frac{16}{7} = -\frac{24}{7}.$$

Il seno è positivo perché l'angolo ha lato termine nel secondo quadrante.

ESERCIZIO

ESERCIZIO GUIDA

Senza determinare il valore dell'angolo α, calcoliamo: $\operatorname{sen} 2\alpha$, $\cos 2\alpha$ e $\operatorname{tg}\left(2\alpha+\frac{\pi}{3}\right)$ sapendo che:

$$\operatorname{sen}\alpha=\frac{3}{5} \text{ e } \frac{\pi}{2}<\alpha<\pi.$$

- Consideriamo $\operatorname{sen} 2\alpha$ e applichiamo la formula di duplicazione del seno, $\operatorname{sen} 2\alpha = 2 \operatorname{sen}\alpha \cos\alpha$. Determiniamo $\cos\alpha$ per mezzo della prima relazione fondamentale, osservando che $\cos\alpha$ deve essere negativo, poiché $\frac{\pi}{2}<\alpha<\pi$:

$$\cos\alpha=-\sqrt{1-\operatorname{sen}^2\alpha}=-\sqrt{1-\frac{9}{25}}=-\sqrt{\frac{16}{25}}=-\frac{4}{5}.$$

Sostituendo i valori di $\cos\alpha$ e $\operatorname{sen}\alpha$ otteniamo:

$$\operatorname{sen} 2\alpha=2\cdot\frac{3}{5}\cdot\left(-\frac{4}{5}\right)=-\frac{24}{25}.$$

- Per determinare $\cos 2\alpha$, applichiamo una delle formule di duplicazione e sostituiamo al seno e al coseno i valori corrispondenti:

$$\cos 2\alpha=\cos^2\alpha-\operatorname{sen}^2\alpha=\frac{16}{25}-\frac{9}{25}=\frac{7}{25}.$$

- Per calcolare $\operatorname{tg}\left(2\alpha+\frac{\pi}{3}\right)$ applichiamo la formula di addizione:

$$\operatorname{tg}\left(2\alpha+\frac{\pi}{3}\right)=\frac{\operatorname{tg}2\alpha+\operatorname{tg}\frac{\pi}{3}}{1-\operatorname{tg}2\alpha\operatorname{tg}\frac{\pi}{3}}.$$

Calcoliamo $\operatorname{tg} 2\alpha$ con la formula di duplicazione:

$$\operatorname{tg}2\alpha=\frac{2\operatorname{tg}\alpha}{1-\operatorname{tg}^2\alpha}.$$

Essendo $\operatorname{tg}\alpha=\frac{\operatorname{sen}\alpha}{\cos\alpha}=\frac{\frac{3}{5}}{-\frac{4}{5}}=-\frac{3}{4}$, si ha:

$$\operatorname{tg}2\alpha=\frac{\cancel{2}^1\left(-\frac{3}{\cancel{4}_2}\right)}{1-\frac{9}{16}}=-\frac{3}{2}\cdot\frac{16}{7}=-\frac{24}{7}.$$

Sostituendo, otteniamo:

$$\operatorname{tg}\left(2\alpha+\frac{\pi}{3}\right)=\frac{-\frac{24}{7}+\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}\,\frac{24}{7}}=\frac{-24+7\sqrt{3}}{7+24\sqrt{3}}=\frac{7\sqrt{3}-24}{7+24\sqrt{3}}.$$

LE FORMULE DI BISEZIONE

ESERCIZIO

Calcoliamo $\operatorname{sen}\frac{\alpha}{2}$, $\cos\frac{\alpha}{2}$, $\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}$ quando $\operatorname{sen}\alpha = -\frac{12}{13}$ e $\pi < \alpha < \frac{3}{2}\pi$.

Se $\pi < \alpha < \frac{3}{2}\pi$, $\frac{\pi}{2} < \frac{\alpha}{2} < \frac{3}{4}\pi$ quindi il lato termine di $\frac{\alpha}{2}$ appartiene al secondo quadrante.

Il valore del coseno di α è:

$$\cos\alpha = -\sqrt{1-\operatorname{sen}^2\alpha} = -\sqrt{1-\frac{144}{169}} = -\frac{5}{13}.$$

Quindi:

$$\cos\frac{\alpha}{2} = -\sqrt{\frac{1+\cos\alpha}{2}} = -\sqrt{\frac{1-\frac{5}{13}}{2}} = -\sqrt{\frac{\cancel{8}^{4}}{13}\cdot\frac{1}{\cancel{2}_{1}}} = -\frac{2\sqrt{13}}{13},$$

$$\operatorname{sen}\frac{\alpha}{2} = +\sqrt{\frac{1-\cos\alpha}{2}} = \sqrt{\frac{1+\frac{5}{13}}{2}} = \sqrt{\frac{\cancel{18}^{9}}{13}\cdot\frac{1}{\cancel{2}_{1}}} = \frac{3\sqrt{13}}{13},$$

$$\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2} = \frac{\operatorname{sen}\alpha}{1+\cos\alpha} = \frac{-\frac{12}{13}}{\frac{8}{13}} = -\frac{12}{8} = -\frac{3}{2}.$$

■ Il valore assoluto di $\cos\alpha$ si ricava con:

$$\operatorname{sen}^2\alpha + \cos^2\alpha = 1,$$

il segno «$-$» deriva dal fatto che il lato termine di α è nel terzo quadrante.

■ $\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2}$ si può ricavare anche applicando la definizione:

$$\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2} = \frac{\operatorname{sen}\frac{\alpha}{2}}{\cos\frac{\alpha}{2}} = \frac{\frac{3\sqrt{13}}{13}}{-\frac{2\sqrt{13}}{13}} = -\frac{3}{2}.$$

LE FORMULE PARAMETRICHE

ESERCIZIO

Calcoliamo $\operatorname{sen}\alpha$ e $\cos\alpha$ sapendo che $\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2} = 2$.

Posto $\operatorname{tg}\frac{\alpha}{2} = t = 2$, si ha:

$$\operatorname{sen}\alpha = \frac{2t}{1+t^2} = \frac{4}{1+4} = \frac{4}{5},$$

$$\cos\alpha = \frac{1-t^2}{1+t^2} = \frac{1-4}{1+4} = -\frac{3}{5}.$$

LE FORMULE DI PROSTAFERESI E DI WERNER

ESERCIZIO

$$\operatorname{sen}\frac{\pi}{4}-\operatorname{sen}\frac{\pi}{12}=2\cos\frac{\frac{\pi}{4}+\frac{\pi}{12}}{2}\operatorname{sen}\frac{\frac{\pi}{4}-\frac{\pi}{12}}{2}=$$
$$=2\cos\frac{\pi}{6}\operatorname{sen}\frac{\pi}{12}.$$

ESERCIZIO

$$\cos\frac{5}{12}\pi\cos\frac{\pi}{12}=\frac{1}{2}\left[\cos\left(\frac{5}{12}\pi+\frac{\pi}{12}\right)+\cos\left(\frac{5}{12}\pi-\frac{\pi}{12}\right)\right]=$$
$$=\frac{1}{2}\left[\cos\frac{\pi}{2}+\cos\frac{\pi}{3}\right]=\frac{1}{2}\left(0+\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{4}.$$

IL PERIODO DELLE FUNZIONI GONIOMETRICHE

ESERCIZIO

Determiniamo il periodo di $y = \operatorname{sen} 3x + \cos 5x$.

Il periodo di $\operatorname{sen} 3x$ è $T_1 = \frac{2\pi}{3}$, quello di $\cos 5x$ è $T_2 = \frac{2\pi}{5}$.

Scriviamo T_1 e T_2 con denominatore comune:

$$T_1 = \frac{10}{15}\pi, \quad T_2 = \frac{6}{15}\pi.$$

Consideriamo il minimo comune multiplo fra i numeratori:

m.c.m. $(10, 6) = 30$.

Si ha pertanto uno stesso valore della funzione per x_0 e $x_0 + \frac{30}{15}\pi$, perché $\frac{30}{15}\pi$ contiene un numero intero di volte sia T_1 sia T_2.

Quindi $\frac{30}{15}\pi = 2\pi$ è il periodo cercato.

Nel caso di funzioni più complesse possono aiutarci le formule che abbiamo studiato in questa unità.

ESERCIZIO

Cerchiamo il periodo di $y = \frac{\operatorname{sen} 4x - \operatorname{sen} 2x}{\cos 3x}$.

Applicando una delle formule di prostaferesi, otteniamo:

$$\frac{\operatorname{sen} 4x - \operatorname{sen} 2x}{\cos 3x} = \frac{2\cancel{\cos 3x}\operatorname{sen} x}{\cancel{\cos 3x}} = 2 \operatorname{sen} x.$$

Quindi il periodo cercato è 2π.

Deve essere:
$\cos 3x \neq 0$,
cioè:
$3x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \rightarrow$
$\rightarrow x \neq \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{3}$.

2. Determiniamo il periodo di $y = \operatorname{sen}^2 x$.

Poiché:

$$\operatorname{sen}^2 x = \frac{1 - \cos 2x}{2},$$

il periodo è $\frac{2\pi}{2} = \pi$.